جامعة الفراهيدي/ كلية الإدارة والاقتصاد

محاضرات في مادة

الطـرق الكميّــة 1

د. مثنى الوائلي
muthana6644@gmail.com

الطرق الكميّة

ما المقصود بالطرق الكمية؟

هي طرق علمية كميّة لصنع القرارات الإدارية واتخاذها، بناءً على تحليل النماذج الرياضية؛ تعتمد على البيانات كمادة أوليّة لها، لتقوم بتحويلها إلى معلومات نافعة. إذن هي لا تعتمد على الحدس والتخمين والعواطف.

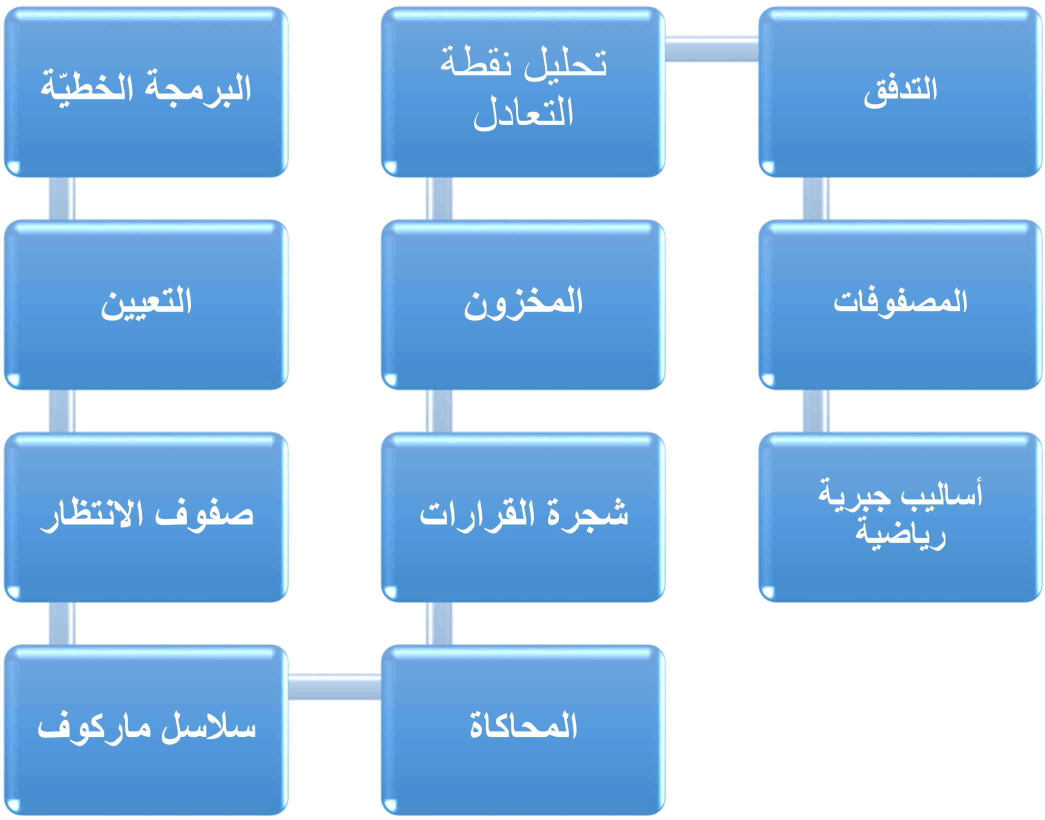
أهمية الطرق الكميّة:

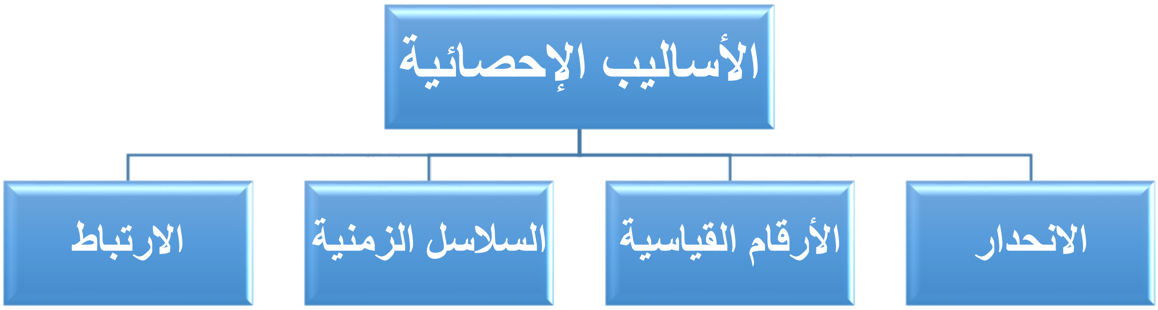
1. المساهمة في تقريب المشكلة الإدارية إلى الواقع.
2. صياغة نماذج رياضية مناسبة لمكونات المشكلة.
3. عرض النموذج بشكل علاقات رياضية، تفسّر عناصر المشكلة والعوامل المؤثرة فيها.
4. طرح بدائل مناسبة لاتخاذ قرار صحيح لحل المشكلة، اعتماداً على العوامل المتوفرة والبيئة المحيطة.
5. صياغة الأهداف والنتائج رياضياً، للوصول إلى بيانات رقمية يسهل تحليلها.

أساليب الطرق الكميّة:

هناك العديد من الأساليب الكميّة المستخدمة عموماً، وفي العلوم الاقتصادية على وجه الخصوص. ومنها قسمان: **الأول الأساليب الرياضية، والثاني: الأساليب الإحصائية.** وكما في الشكلين التاليين:

الأساليب الرياضية




الأساليب الإحصائية
الانحدار
الأرقام القياسية
السلاسل الزمنية
الارتباط

البرمجة الخطية

Linear programming Formulation

معنى البرمجة (Programming):

استخدام أسلوب منطقي وعلمي في تحليل المشكلة وعلاجها.

معنى كلمة الخطيّة (Linear):

وجود علاقة خطية بين متغيرات أساسية، داخلة في تركيب هدف دالة الهدف والقيود.

تعريف البرمجة الخطيّة:

هي إحدى الأساليب الرياضية المستخدمة في ترشيد الموارد المتوفرة في عملية اتخاذ القرارات. وتبحث البرمجة الخطيّة في توزيع الموارد المحددة بين الاستخدامات البديلة ضمن إطار القيود والمحددات المفروضة لتحقيق الأهداف المرجوّة، إما تعظيم الأرباح، أو تقليل التكاليف.

مفهوم البرمجة الخطية "عملياً":

هي تعابير رياضية خطيّة (من الدرجة الأولى) تُمثَّل بخط مستقيم، يتم استخدامها لحل نموذج رياضي تشير إلى دالة الهدف، بمتغيّرات أساسية، بقيود ومحددات معينة، وبشرط عدم السالبية.

أهداف نماذج البرمجة الخطيّة:

1. تعظيم الربح "أو تعظيم الإيراد": أكبر قيمة في الحل بعد اختبارها في دالة الهدف.
2. تدنية التكاليف: أقل قيمة في الحل بعد اختبارها في دالة الهدف.

مكوّنات نموذج البرمجة الخطية:

1. **تحديد دالة هدف:** وهو الهدف الذي تسعى له المنشأة، ونعبّر عن دالة الهدف بشكل دالة خطيّة. فمثلاً إذا كان المطلوب تعظيم الأرباح (Maximization) نحاول الوصول للنهاية العظمى، أما إن كان المطلوب تدنية التكاليف (Minimization) نحاول الوصول للنهاية الصغرى.
2. **تحديد القيود (Constraints):** يتم التعبير عنها بصورة متباينات، بينها علامة أصغر من أو يساوي $\leq$ في حالة التعظيم Max، أو أكبر من أو يساوي $\geq$ في حالة التدنية Min.
3. **شرط عدم السالبية (Non Negativity):** $X_1, X_2, \dots X_n \geq 0$

<u>خطوات صياغة نموذج البرمجة الخطيّة:</u>

1. نعوّض عن المتغيرات بالرموز X_1, X_2.
2. عند ذكر كلمة الربح تعتبر دالة هدف تعظيم ربح Max Z. ونضع علامة أصغر من أو يساوي ($\leq$).
3. عند ذكر كلمة تكاليف تعتبر دالة هدف تدنية تكاليف Min Z. ونضع علامة أكبر من أو يساوي ($\geq$).
4. نحدّد القيود بحيث إنَّ أقسام العمل، أو مراحل الإنتاج، أو خطوات العمل... إلخ، كل منها قيد بذاته.
5. عند ذكر ساعات العمل، أو كمية الإنتاج (المتاح): توضع في جهة اليمين بعد إشارة المتباينة في كل قيد من القيود.
6. إن كان في السؤال متغيرين أساسيين فقط تُحلّ بالطريقة البيانية، وإن كان أكثر من متغيرين تُحلّ بطريقة السمبلكس.

أمثلة محلولة:

قد تأتي الأسئلة إما بشكل مكتوب كفقرات، أو بشكل جدول، وكما يلي:

مثال 1: مصنع للأثاث في مدينة بغداد، يصنّع نوعين من الأثاث: الأول بخشب الزان X_1، والثاني بخشب الصاج X_2، بحيث:

- يستغرق النوع الأول 8 ساعات في قسم التصنيع، و6 ساعات في قسم الورنيش.
- ويستغرق النوع الثاني 7 ساعات في قسم التصنيع، و3 ساعات في قسم الورنيش.
- يعمل في المصنع عمال بواقع 10 ساعات/ اليوم في قسم التصنيع، و8 ساعات/ اليوم في قسم الورنيش.
- يحقق النوع الأول (خشب الزان) ربحاً مقداره 100 ألف دينار / م^2، ويحقق الثاني (خشب الصاج) ربحاً مقداره 200 ألف دينار / م^2.

يمكن كتابة المعطيات في جدول، كما يلي:

الأقسام	خشب الزان X_1	خشب الصاج X_2	الوقت المتاح
التصنيع	8	7	10
الورنيش	6	3	8
ربح الوحدة الواحدة (Profit)	100	200	

المطلوب: صياغة نموذج البرمجة الخطية الذي يُحدّد هدف تعظيم الأرباح.

الحل:

نرمز X_1 لخشب الزان، وX_2 لخشب الصاج.

1. **دالة الهدف:**

$$\text{Max } Z = 100\,X_1 + 200\,X_2$$

2. **القيود:**

$$8X_1 + 7X_2 \leq 10$$

$$6X_1 + 3X_2 \leq 8$$

3. **شرط عدم السالبية:**

$$X_1, X_2 \geq 0$$

إذن صياغة نموذج البرمجة الخطية لهذه المشكلة هي:

$$\text{Max } Z = 100\,X_1 + 200\,X_2$$

$$8X_1 + 7X_2 \leq 10$$

$$6X_1 + 3X_2 \leq 8$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

مثال 2: ينتج مصنع عبدو نوعين من السلع الغذائية: الأول بسكويت، والثاني شكولاتة. بحيث:

يحتاج الأول 4 ساعات في قسم التصنيع، و2 ساعة في قسم التغليف.

ويحتاج الثاني 5 ساعات في قسم التصنيع، و3 ساعات في قسم التغليف.

يعمل في المصنع عمال بواقع 8 ساعات/ اليوم في قسم التصنيع، و3 ساعات/ اليوم في قسم التغليف.

يحقق النوع الأول ربحاً مقداره 10 ألف دينار للصندوق الواحد، ويحقق الثاني 30 ألف دينار للصندوق الواحد.

يمكن كتابة المعطيات في جدول، كما يلي:

الوقت المتاح	X2	X1	الأقسام
8	5	4	التصنيع
3	3	2	التغليف
	30	10	ربح الوحدة الواحدة (Profit)

المطلوب: صياغة البرمجة الخطية التي تُحدّد هدف تعظيم الأرباح.

الحل:

نرمز X_1 للبسكويت، وX_2 للشكولاتة.

1. **دالة الهدف:**

Max Z = 10 X_1 + 30 X_2

2. **القيود:**

$$4X_1 + 5X_2 \le 8$$

$$2X_1 + 3X_2 \le 3$$

3. **شرط عدم السالبية:**

$$X_1, X_2 \ge 0$$

إذن صياغة نموذج البرمجة الخطية لهذه المشكلة هي:

Max Z = 10 X_1 + 30 X_2

$$4X_1 + 5X_2 \le 8$$

$$2X_1 + 3X_2 \le 3$$

$$X_1, X_2 \ge 0$$

طرق حل نماذج البرمجة الخطية:

1. طريقة الرسم البياني The Graphical Method:
2. الطريقة الجبرية Algebraic Method:
3. طريقة الصف البسيط "السمبلكس" The Simplex Method:

الطريقة البيانية لحلّ مشاكل البرمجة الخطية:

تعد طريقة الرسم البياني سهلة وواضحة في معالجة مشاكل البرمجة الخطية، خاصة تلك المشاكل التي لا يزيد فيها عدد المتغيرات عن اثنين فقط، والتي تحتوي على عدد بسيط من القيود.

أسئلة توضيحية:

س1: ما هو الهدف من الرسم البياني؟

ج: تحديد منطقة الحلول الممكنة، وتحديد نقاط تقاطع مستقيمات "دوال" القيود.

س2: كيف نحدّد نقاط التقاطع؟ وما هو الهدف من تحديدها؟

ج: نحدد نقاط التقاطع من خلال حل المعادلات جبرياً، لاستخدامها في الرسم.

س3: أي نقطة سنختار من نقاط التقاطع، ونعتمد عليها كنقطة تعظيم الهدف، أو تدنيته؟

ج: إذا كان الهدف تعظيم، نختار النقطة التي تُعطي أكبر قيمة لدالة الهدف.

وإذا كان الهدف تدنية، نختار النقطة التي تُعطي أقل قيمة لدالة الهدف.

(وبهذا يتم حلّ المشكلة، واتخاذ القرار الإداري المناسب).

خطوات طريقة الرسم البياني:

1. نرسم المحورين الأفقي والرأسي (الجزء الموجب من كل منهما لتحقيق شرط عدم السالبية، حيث يمثّل الأفقي المتغير (X_1)، ويمثّل العمودي المتغير (X_2).
2. نأخذ القيود، ونحوّلها إلى معادلات (مستقيمات) باستبدال علامات التباين فيها إلى علامة المساواة.
3. نجد من كل معادلة قيد نقطتين لرسمها على المحاور، من خلال التعويض بالقيمة صفر محل المتغير X_1 مرة، ومحل المتغير X_2 مرة أخرى.
4. نحدّد نقطتي المعادلة الأولى بالرسم، ونصلهما بخط مستقيم يمثّل القيد الأول. ونفس الطريقة، نحدّد نقطتي المعادلة الثانية بالرسم، ونصلهما بخط مستقيم يمثّل القيد الثاني.
5. تحديد منطقة الإمكانيات المتاحة... وهذا هو الهدف من الرسم البياني.
6. تعيين النقطة "من الرسم" وهي تلك التي تُعطي أفضل النتائج عند تعويضها في دالة الهدف (أعلى قيمة ربح أو عائد، أو أقل قيمة كلفة).

<u>مثال</u>: في حالة وجود قيدين:

أوجد الحل الأمثل لنموذج البرمجة الخطية التالي بطريقة الرسم البياني:

$$Max\ Z = 7X_1 + 5X_2$$
$$\text{Subject to: } 4X_1 + 3X_2 \leq 24$$
$$2X_1 + X_2 \leq 10$$
$$X_1, X_2 \geq 0$$

1. **نحوّل متباينات القيود إلى معادلات:**

$$4X_1 + 3X_2 = 24$$
$$2X_1 + X_2 = 10$$

2. <u>نأخذ القيد الأول</u>: ونعوّض فيه (مرة $X_1 = 0$، ومرة $X_2 = 0$) لإيجاد نقطتين عليه:

عندما $X_1 = 0$، فإن:

$$4(0) + 3X_2 = 24$$
$$3X_2 = 24$$
$$\therefore X_2 = \frac{24}{3} = 8$$

النقطة الأولى، هي: $(0, 8)$.

وعندما $X_2 = 0$، فإن:

$$4X_1 + 3(0) = 24$$
$$4X_1 = 24$$
$$\therefore X_1 = \frac{24}{4} = 6$$

والنقطة الثانية، هي: $(6, 0)$.

وبهذا تكون لدينا نقطتان لدينا على خط القيد الأول.

3. <u>نأخذ القيد الثاني</u>: ونعوّض فيه (مرة $X_1 = 0$، ومرة $X_2 = 0$) لإيجاد نقطتين عليه:

عندما $X_1 = 0$، فإن:

$$2X_1 + X_2 = 10$$
$$2(0) + X_2 = 10$$
$$\therefore X_2 = 10$$

النقطة الأولى، هي $(0, 10)$

وعندما $X_2 = 0$، فإن:

$$2X_1 + (0) = 10$$
$$\therefore X_1 = 5$$

والنقطة الثانية، هي: $(5, 0)$

إذن لدينا نقطتان على خط كل قيد، وكما في الجدول التالي:

النقطة الثانية	النقطة الأولى	معادلتي القيود
(6.0)	(0,8)	$4X_1 + 3X_2 = 24$
(5.0)	(0,10)	$2X_1 + X_2 = 10$

4. نرسم الآن الشكل البياني على المحورين، ونصل كلاً من النقطتين لكل قيد، ثم نجد نقطة التقاطع بحل المعادلتين جبرياً، حيث نكتب معادلتي القيدين، كما يلي:

$$4X_1 + 3X_2 = 24 \ldots\ldots\ldots (1$$
$$2X_1 + X_2 = 10 \ldots\ldots\ldots (2$$

نضرب المعادلة الثانية بالعدد (-2) حتى نتخلص من حدّيّ X_1 أولاً ونجد قيمة X_2، وكما يلي:

$$4X_1 + 3X_2 = 24$$
$$-2(2X_1 + X_2 = 10)$$

$$4X_1 + 3X_2 = 24$$
$$-4X_1 - 2X_2 = -20$$

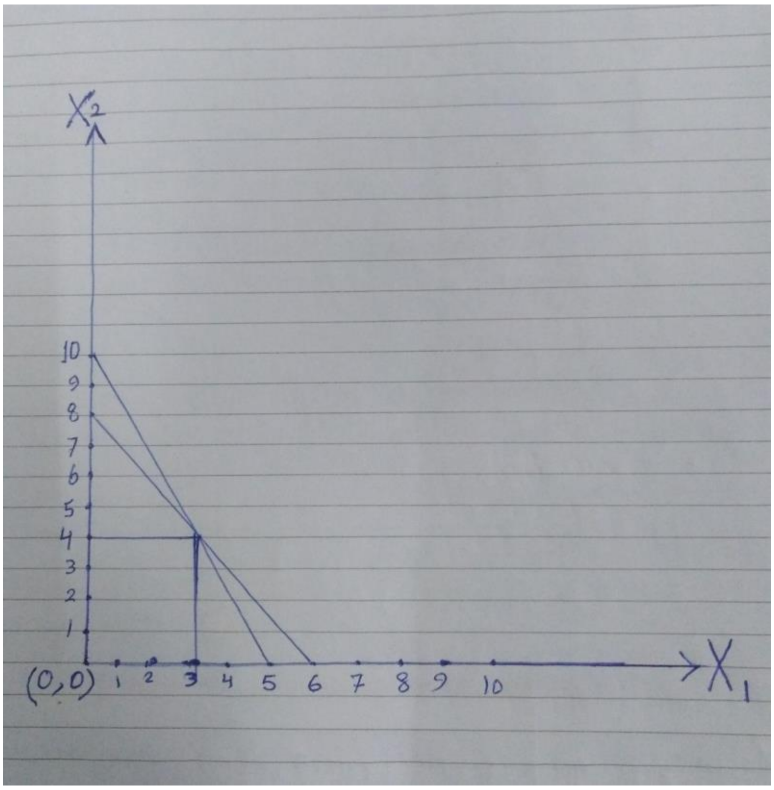
وبالطرح ينتج:

$$X_2 = 4$$

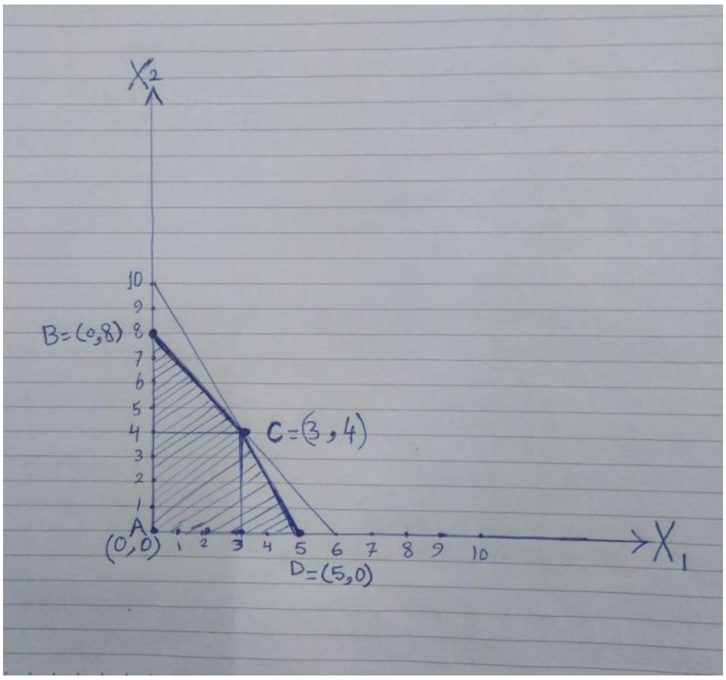
وبالتعويض عن قيمة X_2 في أي من المعادلتين بالعدد 4 لإيجاد قيمة X_1، سنعوض في المعادلة رقم 1، كما يلي:

$$4X_1 + 3(4) = 24$$
$$4X_1 + 12 = 24$$
$$4X_1 = 24 - 12$$
$$4X_1 = 12$$
$$\therefore X_1 = 3$$

إذن نقطة التقاطع بين المعادلتين، هي: C = (3,4).



5. نظلّل منطقة الحلول، كما يلي:



6. تعيين نقطة الهدف: نختبر منطقة الحلول للتأكد من إن هذه النقطة هي أفضل توليفة من المتغيرين التي تحقق دالة الهدف، بحيث نصل لأعلى ر بح ممكن، وكما يلي:

نقاط منطقة الهدف		$Max\ Z = 7X_1 + 5X_2$	النتيجة
A	**(0,0)**	$7(0) + 5(0)$	**0**
B	**(0,8)**	$7(0) + 5(8)$	**40**
C	**(3,4)**	$7(3) + 5(4)$	**41**
D	**(5,0)**	$7(5) + 5(0)$	**35**

نلاحظ بأن النقطة C تمثّل الحل الأمثل، لأنها أعلى قيمة من قيم النقط الأخرى عند التعويض في دالة الربح. وممكن نعوض عنها أيضاً في معادلات القيود لمعرفة كم نستخدم من الموارد لتحقيق الاستغلال الأمثل لها.

القرار الإداري:

يجب إنتاج ثلاث وحدات من المنتج الأول X_1، وأربع وحدات من المنتج الثاني X_2 حتى يتحقق ربح بمقدار 41 وحدة.

الأرقام القياسية

الرقم القياسي (Index number): هو عبارة عن مؤشر إحصائي يقيس التغير النسبي الذي طرأ على ظاهرة معينة، سعراً، كمية، قيمة، أو أجراً، بالنسبة لأساس معين قد يكون فترة زمنية معينة، أو مكاناً جغرافياً معيناً، حيث تؤخذ قيمة الظاهرة كأساس لحساب الرقم القياسي. ويسمّى الوقت او المكان الذي تنسب إليه الظاهرة بفترة أو مكان الأساس، كما يسمى الوقت أو المكان الذي ننسبه إلى فترة أو مكان المقارنة.

تُعدّ الأرقام القياسية من الأدوات الأكثر استخداماً لقياس معدلات التغيّر في المتغيرات والظواهر الاقتصادية المختلفة. تتضمن على سبيل المثال الرقم القياسي لأسعار المستهلك (CPI)، الرقم القياسي للواردات، والأرقام القياسية المستخدمة في الأسواق المالية، مثل مؤشرات (داو جونز، ناسداك، نيكاي، وغيرها).

وإن الأرقام القياسية مفيدة جداً بالنسبة لاتخاذ القرارات وإعداد الخطط الاقتصادية المختلفة، ولذلك فإنها تعدّ أداة إحصائية تمكننا من المقارنة بين قيمتين تمثلان كميات أو أسعار، أو أية متغيرات أخرى في فترات زمنية مختلفة.

أنواع الأرقام القياسية:

أولاً: الرقم القياسي البسيط: هو عبارة عن التغيّر المئوي في قيمة ما بالنسبة لقيمة أخرى لنفس المتغيّر مأخوذ كسنة أساس، ويمكن الحصول عليه بقسمة الأولى على الثانية المأخوذة كأساس، ثم ضربها في 100 لقياس نسبة التغيّر المئوية. ومن أمثلته:

1. $$\text{الرقم القياسي البسيط للأسعار} = \frac{\text{السعر في سنة المقارنة}}{\text{السعر في سنة الأساس}} . 100$$

$$\frac{P_1}{P_0} . 100$$

2. $$\text{الرقم القياسي البسيط للكميات} = \frac{\text{الكمية في سنة المقارنة}}{\text{الكمية في سنة الأساس}} . 100$$

$$\frac{Q_1}{Q_0} . 100$$

مثال: أوجد الرقم القياسي البسيط لسعر قنينة الزيت في سنة 2020، إذا أصبح سعرها 1000 دينار في سنة 2020، بعدما كان 500 دينار في عام 2010.

الحل:

$$\frac{P_1}{P_0} . 100$$

$$= \frac{P_{2020}}{P_{2010}} . 100$$

$$= \frac{1000}{500} . 100 = 2(100) = 200\%$$

∴ ارتفع سعر قنينة الزيت في سنة 2020 عما كان عليه في سنة 2010 بنسبة 100%.

مثال: أوجد الرقم القياسي البسيط لكميات إنتاج الزيت في مصنع ما سنة 2020، إذا أصبح الإنتاج بمقدار 120 طن في سنة 2020، بعدما كان 100 طن في عام 2010.

الحل:

$$\frac{Q_1}{Q_0}.100$$

$$= \frac{Q_{2020}}{Q_{2010}}.100$$

$$= \frac{120}{100}.100 = 120\%$$

∴ ارتفعت كمية إنتاج الزيت في سنة 2020 عما كان عليه في سنة 2010 بنسبة 20%.

ثانياً: الرقم القياسي التجميعي البسيط:

1. **الرقم القياسي التجميعي البسيط للأسعار:** يقوم على أساس إنه بالإمكان قياس التغيّر العام للأسعار بتجميع الأسعار الفعلية في السنة المقارنة، ونسبتها إلى مجموع أسعار المواد نفسها في سنة الأساس.

$$\text{الرقم القياسي التجميعي البسيط للأسعار} = \frac{\text{مجموع الأسعار في سنة المقارنة}}{\text{مجموع الأسعار في سنة الأساس}}.100$$

$$\frac{\sum P_1}{\sum P_0}.100$$

مثال: أوجد الرقم القياسي التجميعي البسيط للأسعار للسلع الغذائية الاستراتيجية في دولة ما سنة 2020 عما كانت عليه في عام 2015 من البيانات المتوفرة في الجدول التالي:

نوع السلعة	سعر الطن بالدولار سنة 2015	سعر الطن بالدولار سنة 2020
القمح	250	220
الذرة	160	300
السكر	350	320
الرز	350	300
Σ	1110	1140

الحل:

$$\frac{\sum P_1}{\sum P_0}.100$$

$$\frac{1140}{1110}.100$$

$$= 102.7\%$$

∴ ارتفع مستوى أسعار السلع الغذائية الاستراتيجية في سنة 2020 عما كان عليه في سنة 2015 بنسبة 2.7%.

2. **الرقم القياسي التجميعي البسيط للكميّات:** يقوم على قياس التغيّر العام للكميّات، بتجميع الكميات الفعلية في السنة المدروسة (سنة المقارنة) ونسبتها إلى مجموع كميات المواد نفسها في سنة الأساس.

$$\frac{\sum Q_1}{\sum Q_0} . 100$$

ثالثاً: الأرقام القياسية التجميعية المرجَّحة:

يُعاب على الطرق السابقة بأنها لا تعطي وزناً للأهمية النسبية للسلع الداخلة في تركيب الرقم القياسي، بعكس الرقم القياسي التجميعي المرجَّح الذي يستخدم أوزاناً مُناسبة في ترجيح سعر كل سلعة.

وقد تُستخدَم الكميات المُنتَجة أو المشتراة أو المباعة كأوزان لترجيح أسعار السلع الداخلة في تركيب الرقم القياسي للأسعار؛ وتسمى بذلك "الأرقام القياسية التجميعية المرجّحة للأسعار"،

أو تُستخدم الأسعار في لحظة زمنية معينة كأوزان لترجيح كميات تلك السلع والخدمات الداخلة في تركيب الرقم القياسي للكميّات، وتسمى بذلك "الأرقام القياسية التجميعية المرجَّحة للكميّات".

1. الأرقام القياسية التجميعية المرجّحة للأسعار:

عند استخدامنا للكميّات كأوزان للترجيح، يمكن استخدام كميات سنة الأساس أو كميات سنة المقارنة حسب الرقم القياسي المستخدم.

وهناك أرقاماً قياسية تجميعية مرجّحة للأسعار عديدة معروفة، ومنها:

أ. رقم لاسبير للأسعار (Laspeyres Index):

هو رقم قياسي تجميعي للأسعار مرجَّح بكميات سنة الأساس، يستخدم كميات السلع لسنة الأساس كأوزان تُعبّر عن أهمية السلع المختلفة في المقياس. ويُحسب تبعاً للصيغة:

$$LI = \frac{\sum P_1 Q_0}{\sum P_0 Q_0} . 100$$

ب. رقم باش للأسعار القياسي للأسعار (Paasche Index):

هو رقم قياسي تجميعي للأسعار مرجَّح بكميات سنة المقارنة، يستخدم كميات السلع لسنة المقارنة كأوزان تعبّر عن أهمية السلع المختلفة في المقياس، ويُحسَب تبعاً للصيغة:

$$PI = \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_1} . 100$$

مقارنة برقم لاسبير، يمكن تفسير رقم باش باعتباره مقياساً للقيمة الكليّة للسلّة السلعية الحالية حسب الأسعار الجارية مقارنة بقيمتها الكليّة حسب أسعار سنة الأساس، أو باعتبار إنّه وسطاً توافقياً للأسعار النسبية للسلع المكوّنة لسلّة الرقم القياسي مرجّحاً بالحصص القيمية لتلك السلع في السنة الجارية. ويتضح من الصيغ المستخدمة لاحتسابهما، إنَّ رقمي لاسبير وباش يمثّلان النهايتين تبعاً لدرجة التشتت في الأسعار النسبية لهذه السلع.

وعلى الرغم مما سبق، فإن رقمي لاسبير وباش للأسعار يعتبران من أهم الأرقام القياسية وأوسعها انتشاراً واستخداماً لسهولة حسابهما وتفسيرهما من ناحية، ولاستيفائهما لعدد كبير من الخصائص النظرية المرغوبة من ناحية ثانية.

وعموماً، فإنّ رقم لاسبير للأسعار هو الأكثر استخداماً اقتصادياً، خصوصاً عند احتساب الرقم القياسي لأسعار المستهلك، لأن حسابه لا يتطلّب جمع بيانات جديدة عن كميات السلع.

ت. الرقم القياسي الأمثل (رقم فيشر للأسعار) (Fisher Index):

هو الوسط الهندسي للرقمين (لاسبير، وباش)، ويحتسب كما يلي:

$$FI = \sqrt{\frac{\sum P_1 Q_0}{\sum P_0 Q_0} . \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_1}}$$

يتميّز رقم فيشر بالعديد من الخصائص الإحصائية والنظرية المرغوبة، لذا اكتسب صفة المثالية، وسميَّ برقم فيشر الأمثل.

ث. رقم مارشال- إدجورت القياسي للأسعار (M.E.I):

للتخلّص من التحيّز في الرقمين الأولين، فقد وجد رقم قياسي ثالث يُعرف برقم (مارشال- إدجورت)، وصيغته هي:

$$M.E.I = \frac{\sum P_1(Q_0 + Q_1)}{\sum P_0(Q_0 + Q_1)} . 100$$

<u>مثال</u>: إذا كانت أسعار وكميات السلع الواردة، في عامي 2015، و2020، كما في الجدول التالي، فاحسب الأرقام القياسية الأربعة.

السلع	2015		2020	
	P_0	Q_0	P_1	Q_1
A	2	50	3	40
B	3	30	5	20

<u>الحل</u>:

السلع	2015		2020		P_1Q_0	P_0Q_0	P_1Q_1	P_0Q_1	$Q_0 + Q_1$	$P_1(Q_0 + Q_1)$	$P_0(Q_0 + Q_1)$
	P_0	Q_0	P_1	Q_1							
A	2	50	3	40	150	100	120	80	90	270	180
B	3	30	5	20	150	90	100	60	50	250	150
Σ					300	190	220	140	140	520	330

أ- **رقم لاسبير للأسعار:**

$$LI = \frac{\sum P_1 Q_0}{\sum P_0 Q_0} . 100 = \frac{300}{190} . 100 = 157.89\%$$

إن قيمة الرقم القياسي (157.89%) تعني بأنّ مستوى الأسعار ارتفع في سنة 2020 بنسبة (57.89%) عما كان عليه في سنة 2015.

ب- **رقم باش القياسي للأسعار:**

$$PI = \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_1} . 100 = \frac{220}{140} . 100 = 157.14\%$$

إن قيمة الرقم القياسي (157.14%) تعني بأنّ مستوى الأسعار ارتفع في سنة 2020 بنسبة (57.14%) عما كان عليه في سنة 2015.

ت- رقم فيشر القياسي الأمثل:

$$FI = \sqrt{\frac{\sum P_1 Q_0}{\sum P_0 Q_0} . \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_1}} = \sqrt{(157.89).(157.14)} = 157.52\%$$

إن قيمة الرقم القياسي (157.52%) تعني بأنّ مستوى الأسعار ارتفع في سنة 2020 بنسبة (57.52%) عما كان عليه في سنة 2015.

ث- رقم مارشال- إدجورت القياسي للأسعار:

$$M.E.I = \frac{\sum P_1.(Q_0 + Q_1)}{\sum P_0.(Q_0 + Q_1)} .100 = \frac{520}{330} .100 = 157.58\%$$

إن قيمة الرقم القياسي (157.58%) تعني بأنّ مستوى الأسعار ارتفع في سنة 2020 بنسبة (57.58%) عما كان عليه في سنة 2015.

2. الأرقام القياسية التجميعية المرجّحة للكميات:

هناك أيضاً الرقم القياسية المرجّحة للكميات، ولها نفس المسميات السابقة التي للأرقام المرجّحة للأسعار. ومنها:

أ. رقم لاسبير للكميات:

هو رقم قياسي تجميعي للكميات مرجَّح بأسعار سنة الأساس، تلك الأسعار التي تمثّل أوزاناً تعبّر عن أهمية السلع المختلفة في المقياس. كما في الصيغة التالية:

$$LI = \frac{\sum Q_1 P_0}{\sum Q_0 P_0} .100$$

ب. رقم باش للكميات:

هو رقم قياسي تجميعي للكميات مرجَّح بأسعار سنة المقارنة، تلك الأسعار التي تمثّل أوزاناً تعبّر عن أهمية السلع المختلفة في المقياس. كما في الصيغة التالية:

$$PI = \frac{\sum Q_1 P_1}{\sum Q_0 P_1} .100$$

3. الرقم القياسي التجميعي المرجَّح للقيمة (Value Index):

يقيس الرقم القياسي للقيمة معدّل التغيّر في قيمة سلّة من السلع بين سنتي الأساس (0) والمقارنة (1)، ويحسب كما يلي:

$$VI = \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_0} .100$$

وهذا المؤشر يعكس التغيير في أسعار السلع والتغيير في الكميات المنتجة أو المستهلكة. وعليه فمن الناحية التطبيقية يمكن استخدام المؤشر إما بصورة مباشرة في قياس معدلات التغيير للقيم الاقتصادية كالاستهلاك، المبيعات، الإيرادات، والإنتاج؛ أو بصورة غير مباشرة في حساب مؤشرات التغيير الكمّي. ومن الجدير بالملاحظة إن هذه الصيغة يمكن استخدامها في حساب مؤشر تكاليف المعيشة.

س: إذا كانت أسعار وكميات السلع المستوردة، في عامي 2010، و2020، كما في الجدول التالي:

السلع	2010		2020		P_1Q_0	P_0Q_0	P_1Q_1	P_0Q_1	(Q_0+Q_1)	$P_1(Q_0+Q_1)$	$P_0(Q_0+Q_1)$
	P_0	Q_0	P_1	Q_1							
A	2	40	4	30	160	80	120	60	70	280	140
B	3	25	4	25	100	75	100	75	50	200	150
Σ					260	155	220	135		480	290

1. رقم لا سبير للأسعار:

$$LI = \frac{\sum P_1 Q_0}{\sum P_0 Q_0} . 100$$

$$LI = \frac{260}{155} . 100$$

$$LI = 167.74\%$$

نسبة التغير في رقم لاسبير للأسعار (67.74%) خلال الفترة (2010- 2020).

2. رقم باش للأسعار:

$$PI = \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_1} . 100$$

$$PI = \frac{220}{135} . 100$$

$$PI = 162.96\%$$

نسبة الزيادة في رقم باش للأسعار هي (62.96%) خلال الفترة...........

3. رقم فيشر الأمثل للأسعار:

$$FI = \sqrt{(167.74).(162.96)}$$

$$FI = 165.33\%$$

نسبة الزيادة في رقم فيشر الأمثل (65.33%) بين العامين 2010 و 2020.

4. رقم مارشال- إدجورت القياسي للأسعار:

$$M.E.I = \frac{\sum P_1 (Q_0 + Q_1)}{\sum P_0 (Q_0 + Q_1)} . 100$$

$$M.E.I = \frac{480}{290} . 100$$

$$M.E.I = 165.52\%$$

السلاسل الزمنية

مفهوم السلسلة الزمنية:

هي التطور التاريخي لأية ظاهرة، بمعنى آخر هي القيم التي تتخذها هذه الظاهرة في فترة زمنية متتابعة قد تكون أياماً أو شهوراً أو سنين. وتحتوي السلسلة على متغيرين أحدهما تابعاً (Y) والآخر مستقلاً هو الزمن (T). وتكون العلاقة بينهما كما يلي:

$$Y = F(T)$$

هناك أمثلة عديدة للسلاسل الزمنية، والتي تصوّر ظواهر مختلفة خلال فترة زمنية معينة؛ فهناك سلسلة للإنتاج، والصادرات، والواردات، وتطور سعر الصرف، والأسعار، والتكاليف الكلية....... وغيرها.

من الضروري مراعاة استخدام الوحدات القياسية نفسها، وطريقة القياس نفسها، وإلّا انعدمت إمكانية المقارنة بين قيم الظاهرة في فترات مختلفة.

إنَّ قيمة الظاهرة قد تتغيّر بالزيادة أو النقصان، ولكنها غالباً لا تتزايد باستمرار أو تتناقص باستمرار بل قد تتذبذب بين الزيادة أو النقصان حسب الفترات المعتمدة في الدراسة.

تبدأ الدراسة لأية سلسلة برسم خط بياني لها يوضّح تغيّرها مع الزمن، حيث يوضع الزمن على المحور الأفقي، وقيم الظاهرة على المحور الرأسي، ثم تُحدّد النقاط على الشكل البياني مقابل كل وحدة زمنية والقيمة المقابلة لها للظاهرة، وتوصل هذه النقاط ليتكوّن خط بياني يسمى بالـ "منحنى التاريخي للظاهرة".

من أهداف دراسة السلاسل الزمنية الهامة، هي الاستفادة من دراسة ما مضى من قيم الظواهر لعمل تقديرات لها في المستقبل، لغرض الاستعداد لمواجهة ما يطرأ عليها من تغيّرات.

التغيّرات المؤثرة في السلاسل الزمنية:

هناك أربعة أنواع من التغيّرات الرئيسة، وهي:

1. الاتجاه العام.
2. التغيّرات الموسمية.
3. التغيّرات الدورية.
4. التغيّرات العرضيّة.

أولاً: الاتجاه العام (Secular Trend):

هو التغيّر العام للظاهرة "أو السلسلة" في المدى الطويل، وهو الحركة الدائمة في اتجاه معيّن.

إن هناك عوامل مختلفة هي التي تشكّل الاتجاه العام للظاهرة، وتؤدي إلى زيادة قيمتها أو نقصانها، وغالباً ما يزداد تأثير هذه العوامل مع مرور الزمن أنها منظّمة وبطيئة، ويمكن تمثيل الاتجاه العام رياضياً بشكل خط مستقيم أو منحني. ويعتمد شكل منحنى الظاهرة على نوع النمو، مثلاً إن نمو الإنتاج الزراعي يحتاج إلى إضافة الأراضي المستصلحة، واستخدام البذور المحسّنة، والأسمدة... إلخ، جميعها تؤدي إلى النمو بشكل خط مستقيم، بينما تأخذ الزيادة السكانية عادة شكل متوالية هندسية (شكلها منحنى تربيعي متصاعد) لأن السكان يتزايد بمتوالية هندسية في البداية، ثم يتغير شكل الدالة بمرور الزمن زيادة أم نقصان.

ثانياً: التغيّرات الموسمية:

تعني كلمة موسم: الوحدة الزمنية الأقل من سنة (فصل، شهر، أسبوع، يوم، ساعة... إلخ). وتختلف هذه الوحدات باختلاف نوع الظاهرة وظروفها، فالتغيّرات الموسمية تكرّر نفسها خلال فترة زمنية معينة؛ فمثلاً: درجة حرارة الجو لها مدة زمنية، حيث تبدأ منخفضة في أول النهار، قم تزداد في منتصفه، وتنخفض تدريجياً، حتى تقترب من نهايته، وتعاود تكرارها في كل يوم (أي أن الوحدة هي يوم). مثال آخر: حركة بيع وشراء الملابس في مواسم الأعياد وبداية الدراسة. كما أن أسعار النفط عادة تتأثر حسب الفصول، حيث يزداد الطلب العالمي على النفط في الشتاء فتزداد أسعاره، وينخفض الطلب عليه في الصيف فتنخفض أسعاره. وهكذا فالعديد من الظواهر تتعرّض لتغيّرات موسمية لكنها تختلف في الوحدة الزمنية التي تحدث فيها.

ثالثاً: التغيرات الدورية:

هي التغيّرات التي تحدث بصورة منتظمة وعلى فترات متباعدة قد تمتد عدّة سنوات، لذلك من الصعب التنبؤ بها، مثل حالات الكساد وحالات الانتعاش (الدورة الاقتصادية)، هذه قد تمتد كل منها إلى عشرة أعوام تبعاً للظروف الداخلية والخارجية المحيطة.

رابعاً: التغيّرات العَرَضيّة (الفُجائية، أو الطارئة):

هي التغيّرات التي تحدث نتيجة أسباب طارئة، وهي على نوعين:

أ. تغيرات تعتمد على الصدفة البحتة، وتسمى "التغيّرات العشوائية"، ولذلك تحدث تغيرات في السلسلة لا يمكن التنبؤ بها.

ب. تغيّرات تعتمد على عوامل فجائية طارئة قوية تظهر من وقت إلى آخر، مثل الحروب، الزلازل، الثورات الفجائية، الأوبئة... إلخ.

الاتجاه العام

ابتدأنا في المحاضرة السابقة موضوع السلاسل الزمنية، أحد أهم مواضيع مادة الطرق الكميّة؛ وقد ذكرنا بأنَّ هناك أربعة عوامل أو تغيّرات رئيسة تؤثر في السلسلة الزمنية، وهي:

5. الاتجاه العام.
6. التغيّرات الموسمية.
7. التغيّرات الدورية.
8. التغيّرات العرضيّة.

ندرس اليوم المتغيّر الأول منها، وهو الاتجاه العام.

الاتجاه العام:

إن الهدف من تقدير الاتجاه العام، هو وصف الاتجاه أو الحركة العامة للظاهرة. وهنا نستخدم الرسم البياني للظاهرة. فإذا كان انتشار النقاط على شكل خط مستقيم، يكون الاتجاه العام مستقيماً، إما صاعداً من الأسفل إلى الأعلى (مشيراً إلى زيادة قيمة الظاهرة بمرور الزمن)، أو هابطاً من الأعلى إلى الأسفل (مشيراً إلى انخفاض قيمة الظاهرة بمرور الزمن)، أو هابطاً من الأعلى إلى الأسفل (مشيراً إلى انخفاض قيمة الظاهرة بمرور الزمن). أو قد يأخذ الاتجاه العام شكلاً منحنياً، وهذا عندما يُمثَّل رياضياً بدالة من الدرجة الثانية (تربيعية).

وبالنسبة للشكل المستقيم للاتجاه العام، إنَّ لكل نقطة زمنية قيمتان:

1. قيمة الظاهرة المُشاهدة (Y)، وهي القيمة الحقيقية.
2. القيمة الاتجاهية على الخط أو المنحني $(\hat{Y})$، وهي القيمة التقديرية.

وقد تتطابق القيمتان، ولكنَّهما عادة مختلفتان.

بعض طرق تقدير الاتجاه العام:

أولاً: طريقة الأوساط النصفية:

نقسِّم فيها السلسلة الزمنية إلى قسمين متساويين، ثم نجد **متوسط حسابي** قيم Y لكل منهما. ونستخدم هذين المتوسطين ليمثّلا نقطتين على الخط المستقيم، ومن خلالها نقدّر معادلة خط الاتجاه العام.

ملخّص إيجاد خط الاتجاه العام بطريقة الأوساط النصفية:

نضع قيماً لـ T إما تبدأ من الصفر أو من الواحد، ونستمر نتصاعد تدريجياً بأعداد صحيحة حتى نهاية السلسلة. ثم نقسّم الفترة إلى قسمين متساويين، ونحسب الوسط الحسابي لقيم Y لكل نصف على حدة. فتتكون لدينا نقطتان، لكل منهما إحداثي T، وإحداثي Y (الوسط الحسابي للقسم). ثم نعوّض كل نقطة من النقطتين في معادلة الخط المستقيم **Y = a + b T**، وهنا معادلتان نحلّهما آنياً للحصول على قيمتي المعلمتين a، وb، اللتان نعوضهما أخيراً في صيغة معادلة الاتجاه العام.

ملاحظة: نحذف السنة الوسطى في حالة السلسلة المتكوّنة من سنوات عددها فردي، ونطبّق الطريقة ذاتها.

مثال: تمثل القيم التي في الجدول التالي حجم صادرات دولة معينة بمليار دولار خلال الفترة الزمنية (2019 -2014).

المطلوب: إيجاد معادلة خط الاتجاه العام التقديرية بطريقة المتوسطين.

السنة	الزمن T	الصادرات (مليار دولار) Y
2014	0	2
2015	1	7
2016	2	9
2017	3	10
2018	4	18
2019	5	26

متوسط قيم Y للنصف الأول (3 سنوات):

$$Y_1 = \frac{2+7+9}{3} = 6$$

متوسط قيم Y للنصف الثاني (3 سنوات):

$$Y_2 = \frac{10+18+26}{3} = 18$$

إذن حصلنا على نقطتين: الأولى هي (1,6)، والثانية هي (4,18). ونعوّض النقطتين في معادلة الخط المستقيم:

$$Y = a + b\,T$$

النقطة الأولى $6 = a + b\,(1)$ ……….. (1)

النقطة الثانية $18 = a + b\,(4)$ ……….. (2)

بضرب المعادلة الأولى بـ (-1)

$$-6 = -a - b$$

$$18 = a + 4b$$

بالجمع

$$12 = 0 + 3b$$

$$b = \frac{12}{3}$$

$$\therefore b = 4$$

نعوّض بدلاً من (b = 4) بإحدى المعادلتين، ولتكن المعادلة رقم (1):

$$6 = a + 4$$

$$6 - 4 = a$$

$$\therefore a = 2$$

وبهذا تكون معادلة خط الاتجاه العام التقديرية، هي:

$$\hat{Y} = 2 + 4\,T$$

تمرين: **أوجد معادلة خط الاتجاه العام للسلسلة التالية بطريقة المتوسطان:**

السنة	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
Y	2	3	7	7	11	12	13	18	22	25

حل تمرين في الاتجاه العام، طريقة الأوساط النصفية

قدِّر معادلة خط الاتجاه العام للسلسلة التالية:

السنة	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
Y	2	3	7	7	11	12	13	18	22	25

الحل: نلاحظ بأن عدد سنوات السلسلة الزمنية هي (10)، وبالتالي بالإمكان فصل السلسلة إلى نصفين، كل نصف يتكوّن من 5 سنوات.

السنة	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
T	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Y	2	3	7	7	11	12	13	18	22	25
المتوسطان			6					18		

متوسط قيم Y للنصف الأول (5 سنوات):

$$Y_1 = \frac{2 + 3 + 7 + 7 + 11}{5} = 6$$

متوسط قيم Y للنصف الثاني (5 سنوات):

$$Y_2 = \frac{12 + 13 + 18 + 22 + 25}{5} = 18$$

إذن حصلنا على نقطتين: الأولى هي (2,6)، والثانية هي (7,18).

نعوّض النقطتين في معادلة الخط المستقيم:

$$Y = a + bT$$

$6 = a + b\,(2)$ ……….. *(1)* **النقطة الأولى**

$18 = a + b\,(7)$ ……….. (2) **النقطة الثانية**

$-6 = -a - 2b$ **بضرب المعادلة الأولى بـ (-1)**

$18 = a + 7b$

--- بالجمع

$12 = 0 + 5b$

$12 = 5b$

$$b = \frac{12}{5}$$

$\therefore b = 2.4$

نعوّض بدلاً من (b = 2.4) بإحدى المعادلتين، ولتكن المعادلة رقم (1):

$$6 = a + b(2)$$

$$6 = a + 2\,(2.4)$$

$$6 = a + 4.8$$

$$6 - 4.8 = a$$

$$\therefore a = 1.2$$

وبهذا تكون معادلة خط الاتجاه العام التقديرية، هي:

$$\hat{Y} = 1.2 + 2.4\,T$$

وبالإمكان تقدير قيمة المتغير Y، بتعويض قيمة لـ T تقابل السنة المطلوب التقدير فيها.

فمثلاً إذا أردنا تقدير قيمة الـ Y سنة 2020 ، فعلينا أن نعوّض بدلاً من T بالعدد 10، وإذا كنّا نريد التوقع لسنة 2021 نعوّض بالعدد 11... وهكذا.

$$\hat{Y}_{2020} = 1.2 + 2.4\,(10)$$

$$\hat{Y}_{2020} = 1.2 + 24$$

$$\hat{Y}_{2020} = 25.2$$

ثانياً: طريقة المربعات الصغرى (OLS) المختصرة:

هي من أفضل الطرق الإحصائية لتقدير خط الاتجاه العام للسلسلة الزمنية، على أساس أنَّ مجموع مربعات انحرافات القيم المشاهدة عن الخط المقدَّر يكون أصغر ما يمكن، ومجموع الانحرافات عن الخط مساوياً للصفر.

نختار السنة الوسطى في السلسلة ونجعلها هي سنة الأساس (أعني بأن نجعل قيمة الـ T الوسطى تساوي 0)، ويكون بهذه الحالة $\Sigma T = 0$، ونعطي قيماً سالبة للسنوات السابقة لها (-1، -2، -3، ...)، أما السنوات اللاحقة تأخذ قيماً موجبة (1، 2، 3، ...). فيكون الحل بأخذ الانحرافات عن السنة الوسطى (سنة الأساس).

<u>**ملاحظة:**</u> إذا كان عدد السنوات زوجياً فلا توجد سنة أساس، وإنما تأخذ السنتان الوسطيتان القيمتين (-1)، و(+1) ونستمر بالقيم تدريجياً في الاتجاهين.

ونجد معادلة خط الاتجاه العام $\hat{Y} = a + bT$، وذلك أولاً باحتساب قيمتي المعلمتين $\hat{a}$، و $\hat{b}$ من الصيغتين التاليتين:

$$\hat{b} = \frac{\Sigma T_i . Y_i}{\Sigma {T_i}^2}$$

$$\hat{a} = \bar{Y} = \frac{\Sigma Y_i}{n}$$

ومن ثم بالتعويض بمعادلة الاتجاه العام.

مثال: قدّر معادلة خط الاتجاه العام لإجمالي إنتاج شركة صناعية معينة (ألف طن)، في الفترة (2011-2019) بطريقة المربعات الصغرى المختصرة. وقدّر حجم الإنتاج في سنة 2021.

السنة	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
Y	19	21	28	25	24	25	25	27	31

الحل:

السنة	T_i	Y_i	$T_i. Y_i$	T_i^2
2011	-4	19	-76	16
2012	-3	21	-63	9
2013	-2	28	-56	4
2014	-1	25	-25	1
2015	0	24	0	0
2016	1	25	25	1
2017	2	25	50	4
2018	3	27	81	9
2019	4	31	124	16
Σ	0	225	60	60

$$\hat{b} = \frac{\Sigma T_i . Y_i}{\Sigma T_i^2}$$

$$\hat{b} = \frac{60}{60} = 1$$

$$\hat{a} = \bar{Y} = \frac{\Sigma Y_i}{n}$$

$$\hat{a} = \bar{Y} = \frac{225}{9} = 25$$

نعوض في معادلة الخط المستقيم: $\hat{Y} = a + bT$.

وهي معادلة خط الاتجاه العام التقديرية $\hat{Y} = 25 + T$

ولإيجاد حجم الإنتاج التقديري ($\hat{Y}$) في سنة 2021 نعوض في المعادلة بالعدد (6) بدلاً من المتغيّر (T)، وكما يلي:

$$\hat{Y} = 25 + 6 = 31$$

أي إن حجم الإنتاج التقديري في سنة 2021 سيكون حوالي 31 ألف طناً... وهكذا عند تقدير قيمة الظاهرة (حجم الإنتاج) في أي سنة أخرى، فإننا نستبدل T بالعدد المناسب لها كما في تسلسل السنوات حسب الجدول.

مثال: قدّر معادلة خط الاتجاه العام لإجمالي صادرات دولة معينة (مليار دولار) من سلعة معينة، في الفترة (2011 -2019) بطريقة المربعات الصغرى المختصرة. وقدّر حجم الصادرات في سنة 2021.

السنة	T_i	Y_i	$T_i. Y_i$	T_i^2
2011	-5	2	-10	25
2012	-4	4	-16	16
2013	-3	5	-15	9
2014	-2	3	-6	4
2015	-1	6	-6	1
2016	+1	4	4	1
2017	+2	5	10	4
2018	+3	4	12	9
2019	+4	8	32	16
2020	+5	9	45	25
Σ	0	50	50	110

$$\hat{b} = \frac{\Sigma T_i . Y_i}{\Sigma T_i^{\,2}}$$

$$\hat{b} = \frac{50}{110} = 0.455$$

$$\hat{a} = \bar{Y} = \frac{\Sigma Y_i}{n}$$

$$\hat{a} = \bar{Y} = \frac{50}{10} = 5$$

نعوض في معادلة الخط المستقيم: $\hat{Y} = a + bT$.

ما هي قيمة Y التقديرية في عام 2021؟

$$\hat{Y} = 5 + 0.455\ (6)$$

$$\hat{Y} = 5 + 2.73$$

$$\hat{Y} = 7.73$$

طرق تقدير أثر الموسم

قد تطرأ على الظاهرة التي ندرسها تغيرات منتظمة من حيث توقيت حدوثها في كل عام، وقسم من التغيرات تتكرر يومياً مثل ازدحام السيارات في أوقات الذهاب إلى العمل والخروج منه، أو قد تتكرر خلال أيام معينة من الأسبوع مثل توجه الأسر إلى الأرياف أيام الجمع، أو قد تكون شهرية مثل تزايد المبيعات بداية كل شهر... إلخ.

الهدف من دراسة أثر الموسم هو الوقوف على حجم تلك الآثار، إما لتخليص الظاهرة محل الدراسة منها، أو لأخذها في الحسبان عند اتخاذ القرارات المتعلقة بالظاهرة.

إذا حسبنا القيم الاتجاهية الواقعة تحت تأثير التغيرات الموسمية فقط، ثم قسّمنا القيم الفعلية على القيم الاتجاهية ونضربها في 100، فإن تلك النسب تعكس أثر الموسم، وتسمى "الدليل الموسمي" أو الرقم القياسي الموسمي".

توجد عدة طرق لحساب الدليل الموسمي، ومنها طريقة النسبة إلى المتوسط العام.

طريقة النسبة إلى المتوسط العام:

خطوات الطريقة:

1. نجد الوسط العام لكل المواسم (الوسط الحسابي)، فهو يعكس القيم الاتجاهية.

$$\text{المتوسط العام} = \frac{\text{المجموع الكلي الموسمي}}{n}$$

حيث أن n: هي عدد القيم في الجدول.

2. نقسم القيمة الفعلية لكل موسم (فصل) على عدد السنوات.

$$\text{المتوسط لكل فصل} = \frac{\text{مجموع قيم الموسم (الفصل) في جميع السنوات}}{\text{عدد السنوات}}$$

3. نحسب الدليل الموسمي (أو الرقم القياسي الموسمي): من خلال قسمة المتوسط الموسمي لكل فصل على المتوسط العام ونضربه في 100.

$$\text{الدليل الموسمي} = \frac{\text{المتوسط الموسمي لكل فصل}}{\text{المتوسط العام}} \cdot 100$$

مثال: قدر الحركة الموسمية للسلسلة التي تمثّل مبيعات إحدى المنشآت على أساس فصلي، بطريقة النسبة إلى المتوسط العام.

الفصل \ السنة	2015	2016	2017	2018	2019	2020
الأول	20	25	30	42	40	48
الثاني	40	38	44	72	66	88
الثالث	15	12	16	26	20	24
الرابع	50	40	60	70	54	60

الحل:

الفصل \ السنة	2015	2016	2017	2018	2019	2020	المجموع الموسمي	المتوسط الموسمي	الدليل الموسمي (%)
الأول	20	25	30	42	40	48	205	34.166	81.999
الثاني	40	38	44	72	66	88	348	58	139.202
الثالث	15	12	16	26	20	24	113	18.333	43.999
الرابع	50	40	60	70	54	60	334	55.666	133.600
$\sum$	125	115	150	210	180	228	1000		

الخطوة الأولى: المتوسط العام.

$$\textbf{المتوسط العام} = \frac{\textbf{المجموع الكلي الموسمي}}{n}$$

$$\text{المتوسط العام} = \frac{1000}{24} = 41.666$$

الخطوة الثانية: المتوسط الموسمي لكل فصل.

$$\textbf{المتوسط الموسمي لكل فصل} = \frac{\textbf{مجموع قيم الموسم (الفصل) في جميع السنوات}}{\textbf{عدد السنوات}}$$

$$\text{المتوسط الموسمي للفصل الأول} = \frac{205}{6} = 34.166$$

$$\text{المتوسط الموسمي للفصل الثاني} = \frac{348}{6} = 58$$

$$\text{المتوسط الموسمي للفصل الثالث} = \frac{113}{6} = 18.333$$

$$\text{المتوسط الموسمي للفصل الرابع} = \frac{334}{6} = 155.666$$

الخطوة الثالثة: الدليل الموسمي لكل فصل.

$$\textbf{الدليل الموسمي} = \frac{\textbf{المتوسط الموسمي لكل فصل}}{\textbf{المتوسط العام}} . 100$$

$$\text{الدليل الموسمي للفصل الأول} = \frac{34.166}{41.666} . 100 = 81.999\%$$

$$\text{الدليل الموسمي للفصل الثاني} = \frac{58}{41.666} . 100 = 139.202\%$$

$$\text{الدليل الموسمي للفصل الثالث} = \frac{18.333}{41.666} . 100 = 43.999\%$$

$$\text{الدليل الموسمي للفصل الرابع} = \frac{55.666}{41.666} . 100 = 133.600\%$$

التحليل: يتضح بأن أثر الموسم على المبيعات كما يلي: يكون أثر الموسم في الفصلين الأول والثالث باتجاه تناقص المبيعات، بينما في الفصلين الثاني والرابع تتزايد المبيعات بفعل أثر الموسم. وتعدُّ هذه البيانات هامة للشركة، لأنها مؤشر للشركة على ضرورة تخفيض أثر الموسم "غير الجيد" في الفصلين الأول والثالث (من خلال تخفيض أسعار سلعها أو الترويج لها)، وبإمكانها أن تستفيد من البيانات لتخطيط إنتاجها لكل فصل قادم لتقليل تكاليف الخزن والهدر.