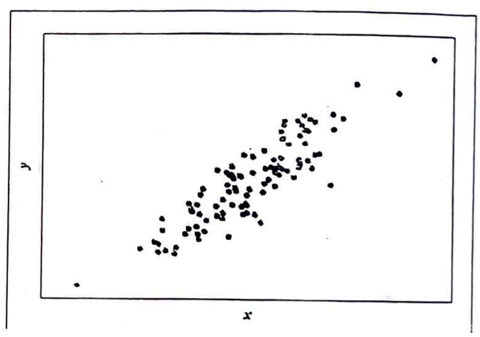
كورس ثاني

الباب الثالث: مبادئ تحليل الارتباط والانحدار الخطي

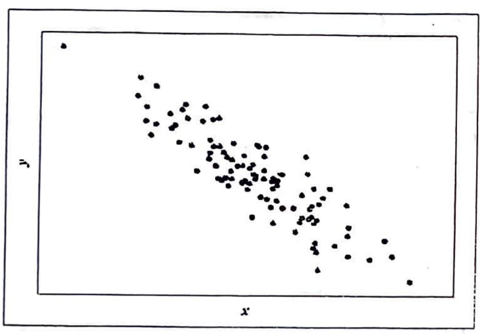
3.1. الارتباط

الارتباط: هو علاقة بين متغيرين (x, y) بمعنى أنه إذا تغير أحد المتغيرين فإن الآخر قد يتبعه. إما في نفس الاتجاه فيكون الارتباط طردي، كعلاقة الصادرات بالميزان التجاري (**رسم توضيحي 6**). أو في الاتجاه المضاد فيكون الارتباط عكسي، كعلاقة الواردات بالميزان التجاري (**رسم توضيحي 7**). ويقال أن المتغيرين مستقلتين عندما ينعدم الارتباط، كعلاقة دخل الفرد بوزنه (**رسم توضيحي 8**).

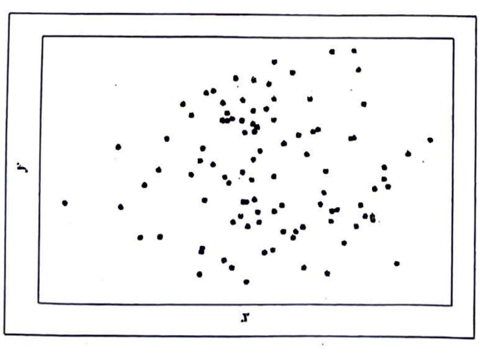
ملاحظة: الرسوم التوضيحية 6، 7، 8 تسمى أشكال الانتشار.



رسم توضيحي **6**: **الارتباط الطردي**



رسم توضيحي **7**: **الارتباط العكسي**



رسم توضيحي 8: لا يوجد ارتباط (استقلال)

ملاحظة: الارتباط لا يدل على السببية، حيث ليس شرطاً أن يتغير أحد المتغيرين دائماً بتغير أحدهما.

معامل الارتباط: والذي يرمز له بالرمز r، عبارة عن مقياس كمي نسبي يقيس قوة الارتباط بين متغيرين، حيث تتراوح قيمته بين 1 و -1، أي أن $-1 \le r \le 1$. **يقال أن الارتباط طردي تام إذا كان معامل الارتباط** $r = +1$، **ويقال أن الارتباط عكسي تام إذا كان معامل الارتباط** $r = -1$. **يقال عن المتغيرين أنهما مستقلان إذا كان** $r = 0$.

ملاحظة: كلما اقتربت قيمة معامل الارتباط إلى 1 كلما كان الارتباط الطردي قوياً بين الظاهرتين (أو المتغيرين) وكلما اقتربت قيمته إلى الصفر كلما كان الارتباط الطردي ضعيفاً. ونفس القول ينطبق على الارتباط العكسي.

3.1.1. معامل الارتباط الخطي

يقيس العلاقة بين متغيرين كميين، ويسمى أيضاً بمعامل ارتباط بيرسون، ويحسب من العلاقة التالية:

$$r_p = \frac{\frac{\sum xy}{n} - \bar{x}\ \bar{y}}{s_x\ s_y},$$

حيث:

$\sum xy$: مجموع حاصل ضرب x في y

$\bar{x}$: متوسط المتغير (أو الظاهرة) x

$\bar{y}$: متوسط المتغير (أو الظاهرة) y

s_x : الانحراف المعياري للمتغير (أو الظاهرة) x

s_y : الانحراف المعياري للمتغير (أو الظاهرة) y

ملاحظة: قيمة معامل الارتباط الخطي التي تساوي الصفر تدل على عدم وجود علاقة ارتباط خطية فقط بين المتغيرين محل الدراسة.

مثال (3.1): لدراسة علاقة الصادرات بالميزان التجاري خلال عدة سنوات، أخذنا عشر قراءات تقريبية لقيمة صادرات المملكة العربية السعودية (x) وقيمة الميزان التجاري (y) بعشرات المليارات ريال كما يلي:

y	1	3	8	7	6	5	7	8	12	12
x	9	11	17	18	19	16	16	19	23	23

مصدر البيانات الأصلية: موقع مصلحة الإحصاءات العامة على شبكة الإنترنت

هل توجد علاقة ارتباط خطية؟ ما نوعها وما مدى قوتها؟

الحل:

	x	y	$x.y$	x^2	y^2
	9	1	9	81	1
	11	3	33	121	9
	17	8	136	289	64
	18	7	126	324	49
	19	6	114	361	36
	16	5	80	256	25
	16	7	112	256	49
	19	8	152	361	64
	23	12	276	529	144
	23	12	276	529	144
$\sum$	171 $=\sum x$	69 $=\sum y$	1314 $=\sum xy$	3107 $=\sum x^2$	585 $=\sum y^2$

$$\bar{x}=\frac{\sum x}{n}=\frac{171}{10}=17.1 \quad , \quad \bar{y}=\frac{\sum y}{n}=\frac{69}{10}=6.9$$

$$s_x=\sqrt{\frac{\sum x^2}{n}-\bar{x}^2}=\sqrt{\frac{3107}{10}-(17.1)^2}=\sqrt{310.7-292.41}=\sqrt{18.29}$$

$$s_y=\sqrt{\frac{\sum y^2}{n}-\bar{y}^2}=\sqrt{\frac{585}{10}-(6.9)^2}=\sqrt{58.5-47.61}=\sqrt{10.89}$$

$$r_p=\frac{\frac{\sum xy}{n}-\bar{x}\,\bar{y}}{s_x\,s_y}=\frac{\frac{1314}{10}-(17.1)(6.9)}{\sqrt{(18.29)(10.89)}}=\frac{131.4-117.99}{14.11}=\frac{13.41}{14.11}\approx\boxed{0.95}$$

من الملاحظ أن علاقة الارتباط الخطي بين قيمة صادرات المملكة العربية السعودية وقيمة الميزان التجاري موجودة وهي علاقة ارتباط طردية قوية.

مثال (3.2): سُجلت ست قراءات تقريبية لحجم الإنتاج وحجم صادرات النفط الخام بالمملكة العربية السعودية (بالمليار برميل) خلال عدة سنوات كما يلي:

حجم الصادرات (y)	2	2	2	1	1	1
حجم الإنتاج (x)	3	4	2	2	2	2

مصدر البيانات الأصلية: موقع وزارة البترول والثروة المعدنية على شبكة الإنترنت

ادرس وجود علاقة ارتباط خطية بين حجم الإنتاج وحجم صادرات النفط الخام.

الحل:

	x	y	xy	x^2	y^2
	3	2	6	9	4
	4	2	8	16	4
	2	2	4	4	4
	2	1	2	4	1
	2	1	2	4	1
	2	1	2	4	1
$\sum$	15 $=\sum x$	9 $=\sum y$	24 $=\sum xy$	41 $=\sum x^2$	15 $=\sum y^2$

$$\bar{x}=\frac{\sum x}{n}=\frac{15}{6}=2.5 \quad , \quad \bar{y}=\frac{\sum y}{n}=\frac{9}{6}=1.5$$

$$s_x=\sqrt{\frac{\sum x^2}{n}-\bar{x}^2}=\sqrt{\frac{41}{6}-(2.5)^2}=\sqrt{6.83-6.25}=\sqrt{0.58}$$

$$s_y=\sqrt{\frac{\sum y^2}{n}-\bar{y}^2}=\sqrt{\frac{15}{6}-(1.5)^2}=\sqrt{2.5-2.25}=\sqrt{0.25}$$

$$r_p=\frac{\frac{\sum xy}{n}-\bar{x}\,\bar{y}}{s_x\,s_y}=\frac{\frac{24}{6}-(1.5)(2.5)}{\sqrt{(0.58)(0.25)}}=\frac{4-3.75}{\sqrt{0.145}}=\frac{0.25}{0.38}\approx\boxed{0.66}$$

من الملاحظ أن علاقة الارتباط الخطي بين حجم الإنتاج وحجم صادرات النفط الخام علاقة طردية متوسطة.

3.1.2. معامل ارتباط الرتب

يسمى أيضاً بمعامل ارتباط سبيرمان ، ويستخدم هذا المعامل عندما يكون كلا المتغيرين ترتيبيين، أو أحدهم كمي والآخر ترتيبي، ويحسب من العلاقة التالية:

$$r_s = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2-1)}$$

حيث:

d الفرق بين رتب (ترتيب) x، ورتب (ترتيب) y، $\sum d = 0$

مثال (3.3): لدراسة علاقة ارتباط تقديرات الطلاب في مادة الإحصاء وتقديراتهم في مادة الرياضيات، اخترنا ثمان طلاب وكانت تقديراتهم كما يلي:

تقديرات الإحصاء (x)	F	A	C	D	C	B	C	D
تقديرات الرياضيات (y)	D	C	B	F	D	A	D	F

هل توجد علاقة ارتباط؟ ما نوعها ومدى قوتها؟

الحل:

x	y	رتب x	رتب y	d	d^2
F	D	2.5	1.5	1	1
D	C	5	4	1	1
A	B	7	8	-1	1
D	C	5	4	1	1
F	D	2.5	1.5	1	1
B	C	5	7	-2	4
C	A	8	6	2	4
D	F	1	4	-3	9
			$\sum$	0	22
				$\sum d$	$\sum d^2$

$$r = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2-1)} = 1 - \frac{(6)(22)}{8(64-1)} = 1 - \frac{132}{504} = 1 - 0.26 = 0.74$$

نلاحظ وجود علاقة ارتباط طردية متوسطة بين تقديرات الطلاب في مادة الإحصاء وتقديراتهم في مادة الرياضيات.

مثال (3.4): في دراسة لمعرفة العلاقة بين عدد الحقول المكتشفة وطول الأنابيب (بالكيلومتر) الناقلة للنفط الخام بالمملكة العربية السعودية خلال عدة سنوات، سجلت سبع قراءات على النحو التالي:

54	**54**	**56**	**61**	**62**	**63**	**67**	**عدد الحقول (x)**
21960	**22027**	**23006**	**23008**	**23020**	**23120**	**23120**	**طول الأنابيب (y)**

مصدر البيانات: موقع وزارة البترول والثروة المعدنية على شبكة الإنترنت

هل توجد علاقة ارتباط بين عدد الحقول وطول الأنابيب؟

الحل:

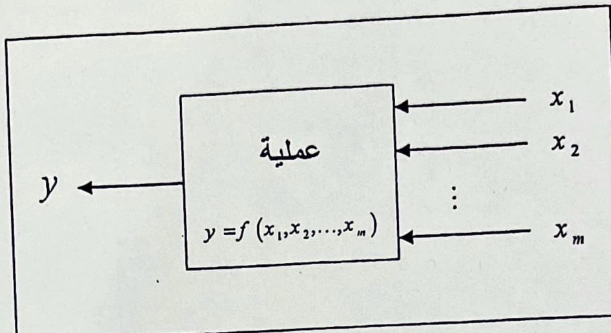
x	y	رتب x	رتب y	d	d^2
54	21960	1.5	1	0.5	0.25
54	22027	1.5	2	-0.5	0.25
56	23006	3	3	0	0
61	23008	4	4	0	0
62	23020	5	5	0	0
63	23120	6	6.5	-0.5	0.25
67	23120	7	6.5	0.5	0.25
			$\sum$	0.0	**1**
				$\sum d$	$\sum d^2$

$$r = 1-\frac{6\sum d^2}{n(n^2-1)} = 1-\frac{(6)(1)}{7(49-1)} = 1-\frac{6}{336} = 1-0.02 = 0.98$$

نلاحظ وجود علاقة ارتباط طردية قوية بين عدد الحقول المكتشفة وطول الأنابيب الناقلة للنفط الخام.

3.2. تحليل الانحدار الخطي البسيط

تحليل الانحدار: عبارة عن أسلوب إحصائي يقوم بصياغة دالة رياضية لعملية ذات عوامل مؤثرة عدة $x_1, x_2, \ldots, x_m$ لوصف متغير ناتج y من هذه العملية والتحكم به وتوقع قيم غير معروفة له. ويكون شكل الدالة الرياضية تكون على الصورة $y = f\,(x_1, x_2, \ldots, x_m)$



تسمى المتغيرات $x_1, x_2, \ldots, x_m$ بالمتغيرات المستقلة، والمتغير الناتج y بالمتغير التابع. تُعرف الدالة السابقة بدالة الانحدار، وأبسط حالة لهذه الدالة عندما يكون للعملية متغير مستقل واحد فقط يرتبط مع المتغير التابع بعلاقة خط مستقيم، أي أن: (*) $\quad \hat{y} = b_0 + b_1 x$

حيث:

b_0: الجزء المقطوع من محور y $\qquad$ b_1: ميل الخط المستقيم أو معامل انحدار x على y (أو y/x)

وتحسب القيمتين b_0 و b_1 من العلاقتين التاليتين:

$$b_1 = \frac{\dfrac{\sum xy}{n} - \bar{x}\,\bar{y}}{s_x^2} \qquad\qquad b_0 = \bar{y} - b_1 \bar{x}$$

ولإيجاد أي قيمة مقدرة جديدة $\hat{y}_h$، نعوض بقيمة معلومة للمتغير المستقل ولتكن x_h في المعادلة (*).

> ملاحظة: قيمة معامل الانحدار تدل على نوع الارتباط. (ألا تظن أن هناك علاقة بين معامل الانحدار ومعامل الارتباط الخطي؟)

مثال (3.5): لدراسة علاقة الاستهلاك المحلي (y) بالإنتاج (x) لمادة الإسفلت (بالمليون برميل) خلال عدة سنوات، أخذنا عشر قراءات تقريبية كما يلي:

y	6	8	9	8	7	6	5	6	5	5
x	10	13	15	14	9	7	6	6	5	5

مصدر البيانات الأصلية: موقع وزارة البترول والثروة المعدنية على شبكة الإنترنت

أوجد معادلة الانحدار الخطي البسيط، وتوقع قيمة الاستهلاك المحلي عندما يصل إنتاج 16000000 برميل.

الحل:

	x	y	xy	x^2
	10	6	60	100
	13	8	104	169
	15	9	135	225
	14	8	112	196
	9	7	63	81
	7	6	42	49
	6	5	30	36
	6	6	36	36
	5	5	25	25
	5	5	25	25
$\sum$	90 $=\sum x$	65 $=\sum y$	632 $=\sum xy$	942 $=\sum x^2$

$$\bar{x}=\frac{\sum x}{n}=\frac{90}{10}=9 \quad , \quad \bar{y}=\frac{\sum y}{n}=\frac{65}{10}=6.5$$

$$s_x^2=\frac{\sum x^2}{n}-\bar{x}^2=\frac{942}{10}-(9)^2=94.2-81=13.2$$

$$b_1=\frac{\frac{\sum xy}{n}-\bar{x}\,\bar{y}}{s_x^2}=\frac{\frac{632}{10}-(9)(6.5)}{13.2}=\frac{63.2-58.5}{13.2}\approx\boxed{0.36}$$

$$b_0=\bar{y}-b_1\bar{x}=6.5-(0.36)9=6.5-3.24\approx\boxed{3.26}$$

∴ معادلة خط الانحدار البسيط في هذه الحالة: $\hat{y}=3.26+0.36x$ ، ولتوقع قيمة الاستهلاك المحلي عندما يصل الإنتاج 16000000 برميل، نحول وحدة هذه القيمة من برميل إلى مليون برميل بالقسمة على مليون أي أن القيمة المستخدمة في توقع الاستهلاك هي $x_h=16$ ، وبالتعويض في المعادلة السابقة نجد أن:

$$\hat{y}_h=b_0+b_1x_h=\hat{y}=3.26+0.36(16)=\boxed{9.02}$$

أي أن الاستهلاك المحلي قد يصل إلى 9.02 مليون برميل، أي ما يعادل 9020000 برميل خلال السنة.

3.3. مسائل محلولة

3.3.1. لدراسة العلاقة بين الدخل (x) والاستهلاك (y) بآلاف الريالات، كانت لدينا النتائج الآتية:

$$\sum x = 120 \qquad \sum y = 100 \qquad \sum xy = 516$$
$$\sum x^2 = 720 \qquad \sum y^2 = 410 \qquad n = 40$$

1. احسب معامل الارتباط الخطي بين الظاهرتين. ما نوع الارتباط؟ وما مدى قوته؟
2. معادلة (خط) انحدار الاستهلاك على الدخل.
3. تقدير الاستهلاك عندما يصل الدخل إلى (10000) ريال.

الحل:

.1

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{120}{40} = 3 \quad , \quad S_x = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n} - \bar{x}^2} = \sqrt{\frac{720}{40} - (3)^2} = \sqrt{18-9} = \sqrt{9}$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{100}{40} = 2.5 \quad , \quad S_y = \sqrt{\frac{\sum y^2}{n} - \bar{y}^2} = \sqrt{\frac{410}{40} - (2.5)^2} = \sqrt{10.25 - 6.25} = \sqrt{4}$$

$$r_p = \frac{\frac{\sum xy}{n} - \bar{x}\,\bar{y}}{S_x\, S_y} = \frac{\frac{516}{40} - (3)(2.5)}{\sqrt{9}\ \sqrt{4}} = \frac{12.9 - 7.5}{\sqrt{36}} = \frac{5.4}{6} = \boxed{0.9}$$

من الملاحظ أن الارتباط طردي قوي بين الدخل والاستهلاك.

.2

$$b_1 = \frac{\frac{\sum xy}{n} - \bar{x}\,\bar{y}}{S_x^2} = \frac{5.4}{9} = \boxed{0.6}$$

$$b_0 = \bar{y} - b_1\bar{x} = 2.5 - (0.6)3 = 2.5 - 1.8 = \boxed{0.7}$$

$$\Rightarrow \boxed{\hat{y} = 0.7 + 0.6x}$$

3. نلاحظ أن وحدة القياس هي آلاف الريالات لذلك فإن قيمة الدخل 10000 ريال ستحول إلى 10 آلاف الريالات وبالتالي $x_h = 10$، أي أن:

$$\hat{y}_h = b_0 + b_1 x_h = 0.7 + 0.6(10) = 0.7 + 6 = 6.7$$

أي أن قيمة الاستهلاك المقدرة تساوي 6700 ريال.

3.3.2. البيانات التالية تمثل أعمار عينة من الأزواج وزوجاتهم بالسنوات:

عمر الزوج (y)	50	60	24	30	25	35	44	56	37	30
عمر الزوجة (x)	40	37	20	25	19	25	25	42	30	20

1. احسب معامل الارتباط الخطي بين الظاهرتين بين أعمار الزوج والزوجة.
2. احسب معامل ارتباط الرتب بين أعمار الزوج والزوجة.
3. حدد نوع وقوة الارتباط من خلال معاملي الارتباط.

الحل:

.1

	x	y	xy	x^2	y^2
	40	50	2000	1600	2500
	37	60	2220	1369	3600
	20	24	480	400	576
	25	30	750	625	900
	19	25	475	361	625
	25	35	875	625	1225
	25	44	1100	625	1936
	42	56	2352	1764	3136
	30	37	1110	900	1369
	20	30	600	400	900
$\sum$	283 $=\sum x$	391 $=\sum y$	11962 $=\sum xy$	8669 $=\sum x^2$	16767 $=\sum y^2$

$$\bar{x}=\frac{\sum x}{n}=\frac{283}{10}=28.3 \quad , \quad \bar{y}=\frac{\sum y}{n}=\frac{391}{10}=39.1$$

$$S_x=\sqrt{\frac{\sum x^2}{n}-\bar{x}^2}=\sqrt{\frac{8669}{10}-(28.3)^2}=\sqrt{866.9-800.89}=\sqrt{66.01}$$

$$S_y=\sqrt{\frac{\sum y^2}{n}-\bar{y}^2}=\sqrt{\frac{16767}{10}-(39.1)^2}=\sqrt{1676.7-1528.81}=\sqrt{149.89}$$

$$r_p=\frac{\frac{\sum xy}{n}-\bar{x}\,\bar{y}}{S_x\,S_y}=\frac{\frac{11962}{10}-(28.3)(39.1)}{\sqrt{(66.01)(149.89)}}=\frac{1196.2-1106.53}{\sqrt{9894.2389}}=\frac{89.67}{99.47}=\boxed{0.90}$$

.2

x	y	رتب x	رتب y	d	d^2
50	40	8	9	-1	1
60	37	10	8	2	4
24	20	1	2.5	-1.5	2.25
30	25	3.5	5	-1.5	2.25
25	19	2	1	1	1
35	25	5	5	0	0
44	25	7	5	2	4
56	42	9	10	-1	1
37	30	6	7	-1	1
30	20	3.5	2.5	1	1
			$\sum$	0.0	**17.5**
				$=\sum d$	$=\sum d^2$

$$r_s = 1-\frac{6\sum d^2}{n(n^2-1)} = 1-\frac{6(17.5)}{10(100-1)} = 1-\frac{105}{990} = 1-0.11 = 0.89$$

3. نلاحظ أن كلا المعاملين قيمتهما تدل على أن الارتباط طردي قوي بين أعمار عينة الأزواج وزوجاتهم.

3.4. تمارين

3.4.1. لدراسة العلاقة بين الدخل (x) والاستهلاك (y) بمئات الريالات في مدينه ما، أخذت عينة من الأسر فأعطت النتائج الآتية:

9	11	12	9	10	9	6	5	4	5	x
8	10	11	8	6	8	5	5	4	5	y

1. احسب معامل ارتباط بيرسون بين الظاهرتين.
2. احسب معامل ارتباط سبيرمان بين الظاهرتين.
3. أوجد قيمة الاستهلاك عندما يصل الدخل (800) ريال.

3.4.2. البيانات الآتية توضح المبالغ المنصرفة على الدعاية (x) (بالآلف الريالات) لإحدى المؤسسات في عدة مناطق وحجم المبيعات (y) (بالآلف الريالات) في تلك المناطق:

1	3	6	7	3	3	5	x
5	18	12	25	10	15	20	y

1. احسب معامل ارتباط بيرسون بين الظاهرتين علماً بأن:

$$\sum y^2 = 1843 \ , \ \sum xy = 481$$

2. قدر حجم المبيعات عندما يصل المنصرف على الدعاية 4500 ريال.

3.4.3. البيانات الآتية تمثل التكلفة الحدية (x) لإنتاج السلعة بالريال وإجمالي المنتج السنوي (y) بالمليون طن لثمانية مؤسسات:

1	3	6	7	3	3	5	x
5	18	12	25	10	15	20	y

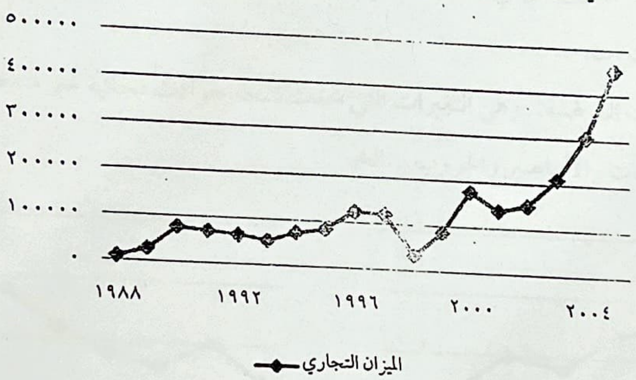
1. احسب معامل ارتباط بيرسون بين الظاهرتين.
2. قدر حجم المبيعات عندما يصل المنصرف على الدعاية 4500 ريالاً.

الباب الرابع: مبادئ تحليل السلاسل الزمنية

4.1. مفاهيم أساسية

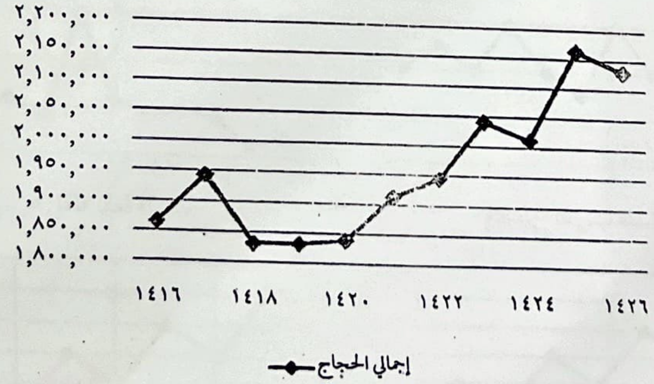
السلسلة الزمنية: هي مجموعة القراءات التي تأخذها ظاهرة (أو متغير) ما خلال فترات زمنية غالباً تكون متساوية وتختلف هذه الفترات حسب طبيعة الظاهرة.

مثال (4.1): في ما يلي مجموعة من أشكال السلاسل الزمنية لبعض الظواهر:



رسم توضيحي 9: قيمة الميزان التجاري خلال الفترة 1988م إلى 2005م (القيمة بملايين الريالات)

(المصدر: موقع مصلحة الإحصاءات العامة على شبكة الانترنت – وزارة الاقتصاد والتخطيط – المملكة العربية السعودية)

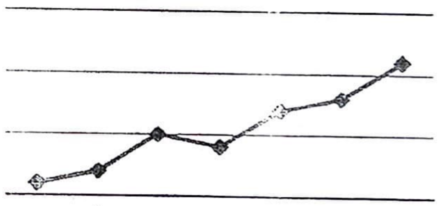


رسم توضيحي 10: إجمالي أعداد الحجاج من 1416م إلى 1426هـ

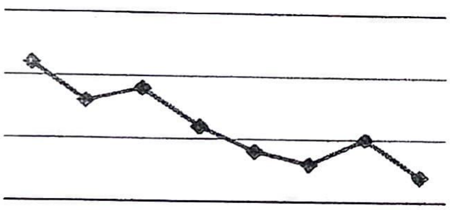
(المصدر: موقع وزارة الحج على شبكة الانترنت – المملكة العربية السعودية)

تتكون السلسلة الزمنية لأي ظاهرة عادة من العناصر الآتية:

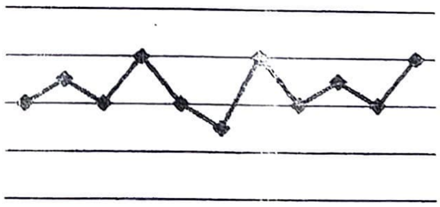
- **الاتجاه العام**: وهو اتجاه التطور الذي تأخذه السلسلة الزمنية خلال فترة طويلة من الزمن بالرغم من التذبذبات الموجودة بها، ويكون التطور إما بالزيادة أو بالنقصان، وبعض السلاسل لا يوجد لها اتجاه.
- **التغيرات الموسمية**: وهي التغيرات التي تتكرر بانتظام خلال فترة زمنية أقل من السنة، عادة في المواسم.
- **التغيرات الدورية**: وهي التغيرات التي تحدث في فترات زمنية أكثر من سنة، وعادة كل خمس أو عشر سنوات.
- **التغيرات العرضية**: وهي التغيرات التي تحدث نتيجة حوادث فجائية غير متوقعة مثل الفيضانات والأعاصير والحروب...الخ.



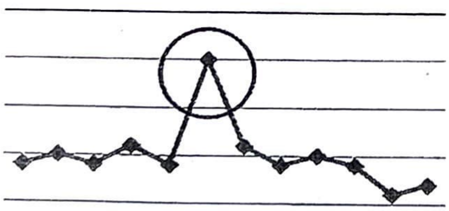
سلسلة ذات اتجاه عام بالزيادة



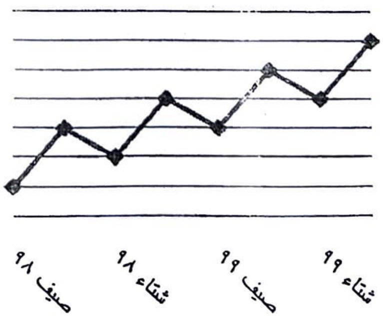
سلسلة ذات اتجاه عام بالنقصان



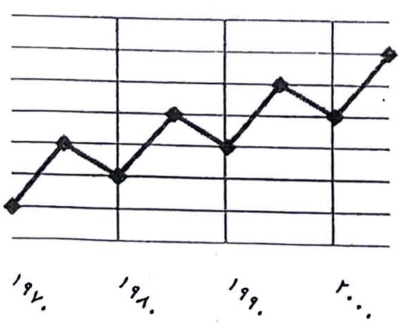
سلسلة ليس لها اتجاه عام



سلسلة ذات عامل عرضي



سلسلة ذات اتجاه زيادة وتغيرات موسمية



سلسلة ذات اتجاه زيادة تغيرات دورية

4.2. تعيين الاتجاه العام

يتطلب تحليل السلاسل الزمنية عادة تحليل المكونات الأربعة السالف ذكرها، ولكن في الأغلب تخلو السلاسل الزمنية من التغيرات الموسمية والدورية والعرضية، لذلك سنتعرض لتعيين الاتجاه العام، وسنكتفي بالسلاسل ذات الاتجاه العام الخطي. يجري تعيين الاتجاه العام الخطي بأسلوب الانحدار الخطي البسيط السالف ذكره في الباب السابق، باعتبار أن الزمن (السنوات، الشهور،...الخ) متغير مستقل (x)، والمتغير التابع (y) هو الظاهرة (أو المتغير) محل الدراسة، وتُقدر معادلة الاتجاه العام الخطي على الصورة:

$$\hat{y} = b_0 + b_1 x \qquad (*)$$

حيث: b_0: الجزء المقطوع من محور y

b_1: ميل الخط المستقيم أو معامل انحدار x على y (أو y/x)

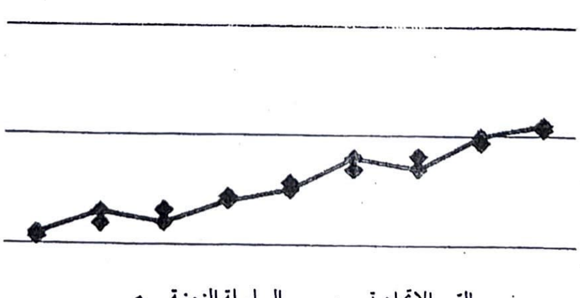
وتحسب القيمتين b_0 و b_1 من العلاقتين التاليتين:

$$b_1 = \frac{\frac{\sum xy}{n} - \bar{x}\,\bar{y}}{s_x^2} \qquad\qquad b_0 = \bar{y} - b_1\bar{x}$$

ملاحظات:

1. تُعين للمتغير المستقل القيم $x = 0, 1, 2, \ldots$ لتمثل وحدة الزمن.
2. تدل قيمة b_1 على الاتجاه العام.

ولإيجاد أي قيمة مقدرة جديدة $\hat{y}_h$، نعوض بقيمة معلومة للمتغير المستقل ولتكن x_h في المعادلة $(*)$، وإذا عوضنا بقيم السلسلة المشاهدة في معادلة نحصل على ما يسمى بالقيم الاتجاهية وسنرمز لها بالرمز y'.



رسم توضيحي 11: السلسلة الزمنية والقيم الاتجاهية